

文章编号: 1000-7598-(2006) 增-0879-06

竖向力与水平向力同时作用下管桩的性状研究

王 哲¹, 龚晓南², 费守明³

(1. 浙江工业大学 岩土工程研究所, 杭州 310014; 2. 浙江大学 岩土工程研究所, 杭州 310027; 3. 天津市水利基建管理处, 天津 300204)

摘 要: 用解析方法研究了管桩在轴向力和水平向力(倾斜力)联合作用下的受力及变形性状。在高层建筑、桥梁工程、海洋工程、新型海堤护岸等工程中桩基自由长度上作用土压力、风荷载、波浪荷载等荷载型式, 基桩经常在竖向、水平向荷载同时作用下工作。国内外学者通过大量试验和理论研究得出了计算竖向、水平向荷载下基桩内力和挠度的半经验公式以及张氏法公式。为了分析竖向、水平向荷载同时作用下自由荷载的作用, 在现行 m 法假设的基础上, 从弹性桩的挠曲微分方程出发, 导出了任意自由荷载作用下桩任意截面的水平变位、倾角、弯矩、剪力和地基反力计算表达式。桩的挠曲微分方程是分段函数, 包括地上部分和地下部分桩, 相应的内力和变位求解也分为两段。最后通过一个算例分析了桩顶竖向荷载、桩顶水平力和自由荷载对桩身的受力性状各参数的影响。计算结果表明, 桩顶水平力对桩身最大弯矩和桩顶水平变位的影响最大, 而桩周内外摩阻力及桩身自重对桩身受力性状影响较小。

关 键 词: 管桩; 自由荷载; m 法; “ $P-\Delta$ ” 效应

中图分类号: TU 473.1

文献标识码: A

Behaviour of single pipe pile under axial and lateral loads

WANG Zhe¹, GONG Xiao-nan², FEI Shou-ming³

(1. Institute of Geotechnical Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310014, China; 2. Institute of Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China; 3. Tianjin Water Conservancy Bureau, Tianjin 300204, China)

Abstract: The analytical solution of a single pipe pile under axial and lateral loads is presented, when the lateral load is optional free load. As pile foundation is becoming a preferred foundation type in high buildings and wide-span bridges, piles usually work under simultaneous axial and lateral loads(inclined loads) in engineering, then increasing efforts is being focused on the behavior of piles under inclined loads. Semi-empirical formula and Zhang's formula have been used to calculate pile's behavior under inclined loads by scholars at home and abroad through practical and theoretical studies. To analyze the function of free loads to pipe piles under inclined load conditions, on the basis of m method, deformation differential equation of elastic piles under inclined loads is established first with analytical method. Differential equation has two parts according to the piles in the earth or in the air, and lateral deformation, obliquity, moment, shearing force of the piles can be gotten respectively by solving the equations. Finally, influences of the top axial loads, the top lateral loads and the free loads, on several parameters are analyzed; and their influence curves are given.

Key words: pipe pile; free load; m method; $P-\Delta$ effect

1 前 言

倾斜荷载下基桩受力即竖向和水平向荷载同时作用, 为了计算倾斜荷载下基桩的极限承载力和分析其受力性状, 国内外学者在室内外试验、解析理论和数值计算(如 FEM)上做了大量工作^[1-23], 然而, 至今未见有关倾斜荷载作用下基桩自由长度作

用有任意荷载型式的研究。

在桥梁工程、海洋工程、新型海堤护岸等工程中自由长度上往往作用有风荷载、波浪荷载、土压力、船舶撞击力等荷载型式。桩基在倾斜荷载作用下, 不仅其水平分力将导致桩身产生较大的弯矩和挠曲变形, 竖向分力也将由于桩身挠曲变形的出现而产生一附加弯矩(即所谓的“ $P-\Delta$ ”效应), 而该附加弯矩又将影响到桩身挠曲变形的增加。在现有

收稿日期: 2006-2-17

基金项目: 浙江省水利厅资助项目(No.I40301)。

作者简介: 王哲, 男, 1978 年生, 讲师, 主要从事桩基工程、地基处理方面的研究工作。wangzsd@163.com

此类问题研究中,或者忽略顶部竖向荷载的作用(即为不考虑“ $P-\Delta$ ”效应的求解方法),或者忽略自由段荷载对基桩受力性状的影响作用^[19]。而实际上,桩顶竖向荷载与自由段荷载是耦合作用的。管桩有其自身施工工艺和结构特点,用合理的材料获取有效的结构效应,例如从抗弯能力计算,基桩断面靠近轴线中心部位混凝土所起的作用可忽略不计。因此,进行自由长度作用有任意荷载型式的倾斜荷载作用下管桩的研究,既有理论研究的必要性,又有工程实践的现实意义。

在现行 m 法假设的基础上,对于自由段长度作用有任意荷载型式情况下,导出了管桩单桩在竖向荷载、水平向荷载耦合作用下桩身受力及变位的计算公式。本文主要给出自由段方程,而关于地下部分桩的相关方程,国内学者应用 m 法已经进行了详细地阐述^[18, 22]。

2 基桩挠曲微分方程式的建立

从受到分布荷载 q_z 的桩上任取单元桩体,受力情况如图 1 所示,其两端作用有弯矩、剪力和轴力,桩侧受地基反力 p 。为了能与一般结构力学规定的符号相一致,设作用在上断面左向(x 的负方向)的剪力 Q 为正,与此相应以作用在微元体断面逆时针旋转的弯矩 M (与 Q 所在截面的力矩) 为正。在以后的公式推导过程中,也全是以此规定作为剪力 Q 和弯矩 M 的正方向。

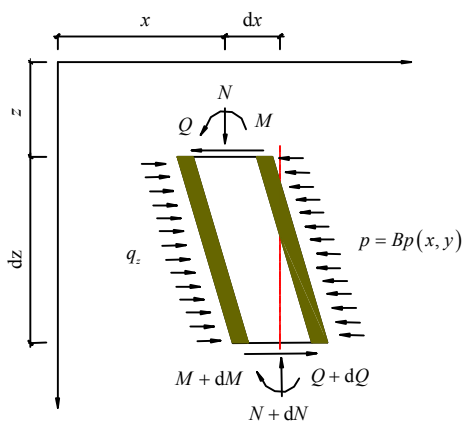


图 1 桩体微元受力示意图

Fig.1 Equilibrium of horizontal slice of soil and pile

对图中单元体下端中点取矩,根据单元体的力矩平衡可得:

$$(M + dM) - M - [N + (A\gamma + A_t\gamma_t)dz]dx - Qdz - q_z \frac{dz}{\cos\theta} \frac{dz}{2} - Bp(x, z) \frac{dz}{\cos\theta} \frac{dz}{2} = 0 \quad (1)$$

略去高次项,则

$$\frac{dM}{dz} - N \frac{dx}{dz} - Q = 0 \quad (2)$$

$$\text{又 } \sum x = 0, \text{ 得, } dQ - Bp(x, z) \frac{dz}{\cos\theta} - q_z \frac{dz}{\cos\theta} = 0,$$

θ 一般很小, $\cos\theta \approx 1$, 于是

$$dQ/dz = Bp(x, z) + q_z \quad (3)$$

将式(2)对 z 微分,得

$$\frac{d^2M}{dz^2} - \frac{d}{dz} \left(N \frac{dx}{dz} \right) - \frac{dQ}{dz} = 0 \quad (4)$$

将式(3)及 $M = -EI \frac{d^2x}{dz^2}$ 代入式(4)得:

$$\frac{d^2}{dz^2} \left(EI \frac{d^2x}{dz^2} \right) + \frac{d}{dz} \left(N \frac{dx}{dz} \right) + Bp(x, z) = -q_z \quad (5)$$

式中不计土芯的抗弯能力。 E 为桩体材料的弹性模量; I 为桩的惯性矩; EI 为桩体的抗弯刚度; q_z 为单位长度作用外力; $p(x, z)$ 为地基反力,指桩单位面积的地基反力; B 为桩基计算宽度,当直径 $D \geq 1\text{m}$ 时, $B = 0.9(D+1)$; 当 $D < 1\text{m}$ 时, $B = 1.35D + 0.45$ 。式(5)为桩在竖向和水平向荷载同时作用下的挠曲微分方程式。

考虑桩体材质均匀时,沿桩轴单位长度桩身自重为常数,沿桩轴的竖向力为

$$N = N_0 + A\gamma z - q_s z (U + \mu_t U_t) \quad (6)$$

式中: N_0 为桩顶的竖向荷载; A 、 A_t 分别为环形桩身横截面积、土芯横截面积; γ 、 γ_t 分别为桩身和土芯重度; z 为桩顶到任意截面的距离; q_s 为桩身外侧任意深度摩阻力标准值,其值参考《建筑桩基技术规范》沉管灌注桩相应规定; U 、 U_t 分别为桩身外侧和内侧周长; μ_t 为土芯内侧摩阻力修正系数。其值取决于土芯的硬度,随着土芯硬度增大其值相应增大。式(5)可变为

$$\frac{d^4x}{dz^4} + (\lambda^2 + k^3z) \frac{d^2x}{dz^2} + k^3 \frac{dx}{dz} + \alpha^5 x = q \quad (7)$$

式中, $\lambda^2 = \frac{N_0}{EI}$, $k^3 = \frac{A\gamma - q_s(U + \mu_t U_t)}{EI}$, $\alpha^5 = \frac{Bm}{EI}$,

$q = -\frac{q_z}{EI}$, 且 λ 、 k 、 α 量纲均为[长度]⁻¹。

3 地上部分桩 ($h > 0$) 作用自由荷载

对于地上部分的桩,可取桩头作为坐标轴的原点,并按照如图 2 所示取横轴和纵轴 x_y 、 y , 设桩

顶作用有荷载 M 、 H 、 P , 桩身作用有局部分布荷载 q_y , 桩顶位移为 x_1 , 地面处位移为 x_0 。不考虑自由段竖向均布荷载, 即 $\gamma = 0$ 。

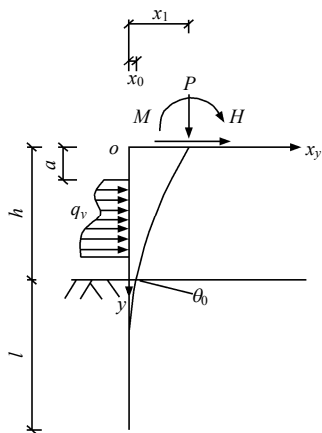


图2 地上部分桩的受力示意图

Fig.2 Simplified model of pile above the ground

此时 $k = 0$, 方程式 (7) 变为

$$\frac{d^4 x_y}{dy^4} + \lambda_y^2 \frac{d^2 x_y}{dy^2} = q \quad (8)$$

式中: $q = -\frac{q_y}{EI}$, $\lambda_y^2 = \frac{P}{EI}$, 式 (8) 的通解和导函数为

$$\begin{cases} x_y \\ \frac{dx_y}{dy} \\ \frac{d^2 x_y}{dy^2} \\ \frac{d^3 x_y}{dy^3} \end{cases} = \begin{bmatrix} 1 & y & y^2 & y^3 \\ & 1 & 2y & 3y^2 \\ & & 2 & 6y \\ & & & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} + \frac{1}{EI} \begin{cases} T(y) \\ S(y) \\ -R(y) \\ -Q(y) \end{cases} \quad (9)$$

式中: a_1 、 a_2 、 a_3 、 a_4 为积分常数, $T(y)$ 、 $S(y)$ 、 $R(y)$ 、 $Q(y)$ 为自由段荷载的荷载函数^[16]。

$$Q(y) = \int_0^y q_y dy \quad (10)$$

$$R(y) = \int \int_0^y q_y (dy)^2 = \int_0^y q_\xi (y - \xi) d\xi \quad (11)$$

$$S(y) = \int \int \int_0^y q_y (dy)^3 = \frac{1}{2} \int_0^y q_y (y - \xi)^2 d\xi \quad (12)$$

$$T(y) = \int \int \int \int_0^y q_y (dy)^4 = \frac{1}{6} \int_0^y q_y (y - \xi)^3 d\xi \quad (13)$$

式中: $Q(y)$ 为从原点到 y 点范围内作用于桩体上的荷载之和, 即剪力; $R(y)$ 为由作用于桩体上的荷载引起 y 点的转动弯矩之和; $S(y)/EI$ 为由作用于桩体上的荷载引起 y 点对桩头的相对倾角;

$T(y)/EI$ 为由作用于桩体上的荷载引起 y 点对桩头的相对位移 (图 2), 当 $y \leq a$ 时, 各荷载函数为 0。例如当自由段荷载为梯形荷载时, 如图 3 所示, 则有

$$\left. \begin{aligned} Q(y) &= -\frac{h}{2}(q_1 + q_2); & R(y) &= -\frac{h^2}{6}(2q_1 + q_2); \\ S(y) &= \frac{h^3}{24}(3q_1 + q_2); & T(y) &= -\frac{h^4}{120}(4q_1 + q_2) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

作为边界条件, 在桩头有

$$M_y \Big|_{y=0} = -\frac{d^2 x_y}{dy^2} \Big|_{y=0} = M \quad (15)$$

$$H_y \Big|_{y=0} = -EI \left[\frac{d^3 x_y}{dy^3} + \lambda_y^2 \frac{dx_y}{dy} \right] \Big|_{y=0} = H + q_y \Big|_{y=0} \quad (16)$$

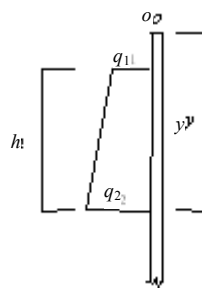


图3 荷载函数梯形分布图

Fig.3 Load function of echelon distribution

另外, 在 $x_y = h$ 、 $x_z = 0$ 处, 由于土中部分桩的连续条件: 可得:

$$x_y \Big|_{y=h} = x_z \Big|_{z=0} = x_0 \quad (17)$$

$$\frac{dx_y}{dy} \Big|_{y=h} = \frac{dx_z}{dz} \Big|_{z=0} = \theta_0 \quad (18)$$

$$EI \frac{d^2 x_y}{dy^2} \Big|_{y=h} = EI \frac{d^2 x_z}{dz^2} \Big|_{z=0} = -M_0 \quad (19)$$

$$\begin{aligned} EI \left[\frac{d^3 x_y}{dy^3} + \lambda_y^2 \frac{dx_y}{dy} \right] \Big|_{y=h} &= \\ EI \left[\frac{d^3 x_z}{dz^3} + \lambda_z^2 \frac{dx_z}{dz} \right] \Big|_{z=0} &= -H_0 \end{aligned} \quad (20)$$

由式(15)~(19)可得出用 M 、 H 、 P 表示的 4 个积分常数和 M_0 、 H_0 (地面处的弯矩和剪力)。其中,

$$\left. \begin{aligned} a_3 &= -\frac{M}{2EI} \\ a_2 &= \frac{b_2 \left(H + q_y \Big|_{y=0} \right) + 6EIb_0 - 6EIb_1a_3}{6EI(1 + P\delta_{MH}) - Pb_2} \\ a_4 &= \frac{-\left(H + q_y \Big|_{y=0} \right) - Pa_2}{6EI} \\ a_1 &= b'_0 - a_2(h - P\delta_{HH}) - b'_1a_3 - b'_2a_4 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

$$\left. \begin{aligned} H_0 &= - \left[\begin{aligned} &P(a_2 + 2a_3h) + a_4(6EI + 3h^2P) \\ &-Q(h) + \lambda_y^2 S(h) \end{aligned} \right] \\ M_0 &= - \left[2EIa_3 + 6EIha_4 - R(h) \right] \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

式中,

$$\left. \begin{aligned} b_0 &= -\frac{S(h)}{EI} - \delta_{MH} \left[-Q(h) + \lambda_y^2 S(h) \right] + \delta_{MM} R(h) \\ b_1 &= 2h + 2hP\delta_{MH} + 2EI\delta_{MM} \\ b_2 &= 3h^2 + \delta_{MH} (6EI + 3h^2P) + 6EI\delta_{MM} \\ b'_0 &= -\frac{T(h)}{EI} + \delta_{HH} \left[-Q(h) + \lambda_y^2 S(h) \right] - \delta_{HM} R(h) \\ b'_1 &= h^2 - 2hP\delta_{HH} - 2EI\delta_{HM} \\ b'_2 &= h^3 - \delta_{HH} (6EI + 3h^2P) - 6EIh\delta_{HM} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

式中: δ_{HH} 、 δ_{MH} 为水平力 H 作用下桩的柔度系数; δ_{HM} 、 δ_{MM} 为弯矩 M 作用下桩的柔度系数^[18, 22]。则自由段任意截面的内力和水平变位可求。其中桩顶位移和桩顶转角可表达为

$$x_1 = a_1; \theta_h = a_2 \quad (24)$$

4 算例分析

分析本文得到的幂级数解可知影响筒桩受力性状的主要参数有: M 、 H 、 P 、 h 、 γ 、 EI 、 m 、 l 、 D 、 d 、 q_y 、 q_s 、 μ_t 。本节的重点是研究 P 、 q_y 对筒桩受力性状的影响, 地下部分参见文 [22]。计算结果见图 4~9, 计算参数见表 1。

表 1 算例计算参数
Table 1 Parameters of an example

参数	量值	参数	量值
$M / \text{kN}\cdot\text{m}$	-300	$m / \text{kN/m}^4$	20 000
H / kN	-100	l / m	15
P / kN	1 000	$D(d) / \text{m}$	1.5(1.1)
h / m	7	$q(q_2) / \text{kPa}$	-25(-45)
$\gamma / \text{kN/m}^3$	25	q_s / kPa	40
$E / \text{E07 kN/m}^2$	2.7	μ_t	0.4

计算表明, 桩周内外摩阻力对减小桩身弯矩和变位都有贡献, 但是贡献较小, 计算中可忽略。桩顶水平变位和桩身最大弯矩随着各参数—桩顶弯矩或桩顶水平力、自由长度、自由段荷载等的变化趋势相同。本文以自由荷载和桩顶水平力为例说明。

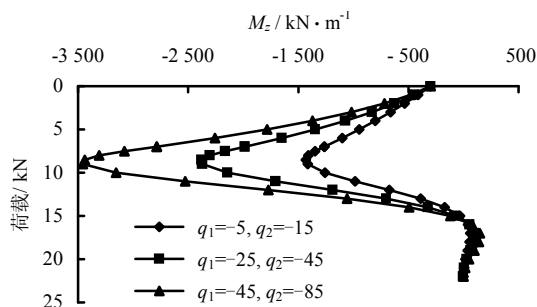


图 4 变化自由荷载作用下桩身弯矩曲线

Fig.4 Pile moment curves under variational free load

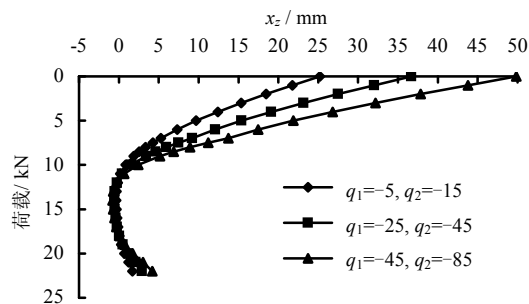


图 5 变化自由荷载作用下桩身变位曲线

Fig.5 Pile deflection curves under variational free load

图 4 和图 5 给出了自由荷载对桩身弯矩和水平变位的影响。随着自由荷载的增大, 桩身弯矩和桩顶位移增大幅度较大, 桩身最大弯矩增大幅度也较大。由此可见, 自由荷载对桩身弯矩和变位的影响是很显著的。图 6 和图 7 给出了桩顶水平力对桩身弯矩和水平变位的影响。由图可知, 桩顶水平力对桩身最大弯矩和桩顶水平变位的影响很大。图 8 和图 9 反映出是桩顶竖向力对桩身弯矩和变位的影响。随着桩顶竖向力的增大, 桩顶弯矩、桩身最大弯矩和桩顶水平向变位越大; 当桩顶竖向力增加到较大值时, 桩身会出现压屈现象, 见图 7, 在设计计算中应与注意。表 1 中其他值保持不变到情况下, 其中图 4、图 5 中 q_1 、 q_2 发生变化; 图 6、图 7 中 H 发生变化; 图 8、9 中 P 发生变化。

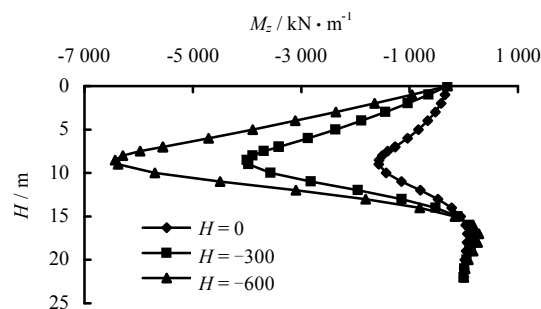


图6 变化桩顶水平力作用下桩身弯矩曲线
Fig.6 Moment curves under variational top horizontal force

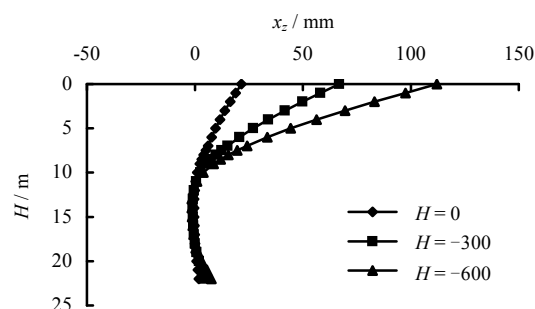


图7 变化桩顶水平力作用下桩身变位曲线
Fig.7 Deflection curves under variational top horizontal force

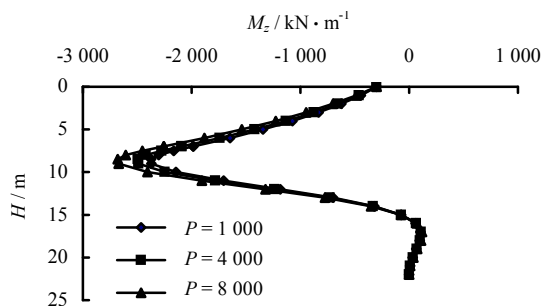


图8 变化桩顶竖向力作用下桩身弯矩曲线
Fig.8 Moment curves under variational top vertical force

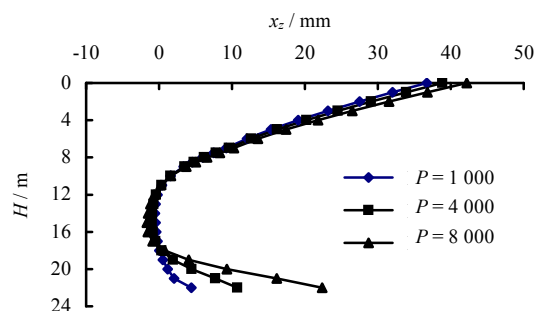


图9 变化桩顶竖向力作用下桩身变位曲线
Fig.9 Deflection curves under variational top vertical force

5 结 论

(1) 本文在现行 m 法假设的基础上, 从弹性桩的挠曲微分方程出发, 导出了筒桩单桩在竖向集中荷载、水平向荷载、桩身自重以及桩内外侧摩阻力耦合作用下的计算公式。

(2) 桩顶水平变位和桩身最大弯矩随着各参数—桩顶弯矩或桩顶水平力、自由长度和自由段荷载等的增大而增大。其中, 桩顶水平力对桩身最大弯矩和桩顶水平变位的影响最大。

(3) 桩身弯矩值和桩身变位随着桩顶轴力 P 的增大而提高, 当基桩自由长度和竖向荷载较大时, $P-\Delta$ 效应不可忽略。

参 考 文 献

- [1] MEYERHOF G G, RANJAN G. The bearing capacity of rigid piles under inclined loads in sand. I: vertical piles[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1972, (9): 430—446.
- [2] MEYERHOF G G, MATHUR S K, VALSANGKAR A J. Lateral resistance and deflection of rigid walls and piles in layered soils[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1981, (18): 159—170.
- [3] CHARI T R, MEYERHOF G G. Ultimate capacity of rigid single piles under inclined loads in sand[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1983, (20): 849—854.
- [4] MEYERHOF G G, SASTRY V V R N. Bearing capacity of rigid piles under eccentric and inclined loads[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1985, (22): 267—276.
- [5] KOUMOTO T, MEYERHOF G G, SASTRY V V R N. Analysis of bearing capacity of rigid piles under eccentric and inclined loads[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1986, (22): 127—131.
- [6] SASTRY V V R N, MEYERHOF G G. Lateral soil pressures and displacements of rigid piles in homogeneous soils under eccentric and inclined loads[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1986, (23): 281—286.
- [7] SASTRY V V R N, MEYERHOF G G, KOUMOTO T. Behaviour of rigid piles in layered soils under eccentric and inclined loads[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1986, (23): 451—457.
- [8] MEYERHOF G G, SASTRY V V R N. Full-displacement pressure meter method rigid piles under lateral loads and moments[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1987, (24): 471—478.
- [9] MEYERHOF G G, SASTRY V V R N, YALCIN A S. Lateral resistance and deflection of flexible piles[J].

- Canadian Geotechnical Journal**, 1988, (25): 511—522.
- [10] MEYERHOF G G, GHOSH D P. Ultimate capacity of flexible piles under eccentric and inclined loads[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1989, (26): 34—42.
- [11] SASTRY V V R N, MEYERHOF G G. 1990. Behaviour of flexible piles under inclined loads[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1991, (27): 19—28.
- [12] YALCIN A S, MEYERHOF G G. Bearing capacity of flexible piles under eccentric and inclined loads in layered soil[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1991, (28): 909—917.
- [13] SASTRY V V R N, MEYERHOF G G. Behaviour of flexible piles in layered sands under eccentric and inclined loads[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1994, (31): 513—520.
- [14] MEYERHOF G G. Behaviour of pile foundations under special conditions[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1995, (32): 204—222.
- [15] SASTRY V V R N, MEYERHOF G G. Behaviour of flexible piles in layered clays under eccentric and inclined loads[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1995, (32): 387—396.
- [16] [日]横山幸满. 桩结构物的计算方法和计算实例[M]. 唐业清, 吴庆荪译. 北京: 中国铁道出版社, 1984.
- [17] BANERJEE P K, DAVIES T G. The behaviour of axially and laterally loaded single piles embedded in nonhomogeneous soils[J]. **Geotechnique**, 1978, (28): 309—326.
- [18] 赵明华. 轴向和横向荷载同时作用下的桩基计算[J]. 湖南大学学报, 1987, 14(2): 68—81.
- [19] 赵明华, 吴鸣, 郭玉荣. 轴、横向荷载下桥梁基桩的受力分析与试验研究[J]. 中国公路学报, 2002, 15(1): 50—54.
- [20] 赵明华, 吴鸣, 邹新军. 倾斜荷载下基桩的研究现状及发展动态[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2003, 30(4): 73—77.
- [21] 赵明华. 倾斜荷载下基桩受力研究[博士学位论文[D]. 长沙: 湖南大学, 2001.
- [22] 王哲, 龚晓南. 轴向与横向力同时作用下大直径灌注筒桩的受力分析[J]. 苏州科技学院学报, 2005, 18(3): 31—37.
- [23] 范文田. 轴向与横向力同时作用下柔性桩的分析[J]. 西安交通大学学报, 1986, 1: 39—44.